

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING • QATAR •

KVADROKOPTER TIPIDAGI UCHUVCHISIZ UCHISH APPARATINING BALANDLIK BO'YICHA BOSHQARUV TIZIMINI PID VA LQR USULLARI ASOSIDA QIYOSIY TADQIQ QILISH

Abdullayev Sanjarbek Baxodirovich

*Sikl boshlig'i, Harbiy xavfsizlik va mudofaa universiteti, Toshkent shahri,
O'zbekiston*

E-mail: sanjarbek6971@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada kvadrokopter tipidagi uchuvchisiz uchish apparati (UUA) ning vertikal kanal (balandlik) bo'yicha harakatini boshqarish masalasi ko'rib chiqilgan. Apparatning Nyuton–Eyler tenglamalari asosidagi matematik modeli, motor inersiyasi, datchik shovqini va tashqi shamol ta'siri hisobga olingan holda tuzildi. Klassik PID rostlagich hamda integral qismli chiziqli-kvadratik optimal rostlagich (LQI) sintez qilinib, Python muhitida sonli modellash tirish orqali taqqoslandi. Natijalar LQR usuli shamol impulsi ta'sirida balandlikning maksimal og'ishini taxminan 5 marta, o'rtacha kvadratik xatolikni esa 3,6 marta kamaytirganini hamda massaning $\pm 33\%$ o'zgarishiga nisbatan barqarorroq ekanini ko'rsatdi.

Kalit so'zlar: uchuvchisiz uchish apparati, kvadrokopter, avtomatik boshqarish, PID rostlagich, LQR, Rikkati tenglamasi, modellash tirish.

Abstract. The paper studies altitude control of a quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV). A Newton–Euler model including motor lag, sensor noise and wind disturbance is developed. A classical PID controller and a linear-quadratic regulator with integral action (LQI) are designed and compared in numerical simulation. The LQR reduced peak altitude deviation under a wind gust by about 5 times and the RMS error by 3.6 times, and proved more robust to $\pm 33\%$ mass variation.

Keywords: UAV, quadrotor, automatic control, PID, LQR, Riccati equation, simulation.

Kirish

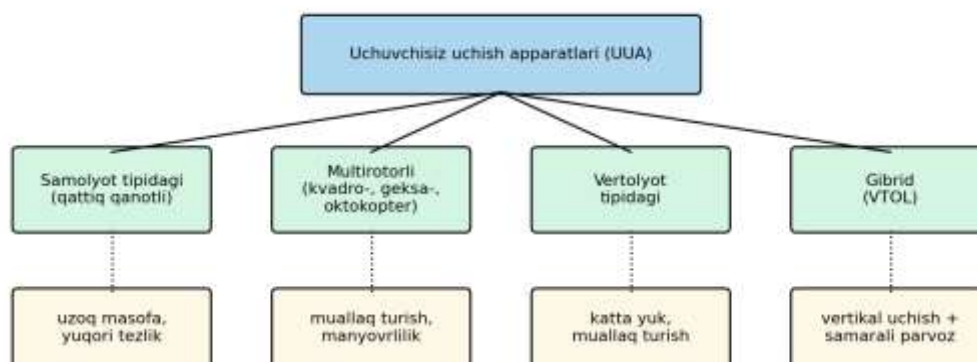
So'nggi yillarda uchuvchisiz uchish apparatlari (UUA) harbiy sohadan tashqari qishloq xo'jaligi, geodeziya va kartografiya, favqulodda vaziyatlarda qidiruv-qutqaruv, energetika ob'ektlarini monitoring qilish, logistika hamda ta'lim sohalarida keng



qo'llanilmoqda. Ayniqsa, vertikal ko'tarilish va muallaq turish (hover) imkoniyatiga ega multirotorli apparatlar – kvadrokopterlar – konstruksiyasining soddaligi va narxining nisbatan pastligi tufayli eng ommabop platformaga aylandi [1, 2].

Kvadrokopter aerodinamik jihatdan beqaror, ko'p o'lchamli va nochiziqli ob'ekt hisoblanadi: uning parvozi to'liq avtomatik boshqaruv tizimiga (parvoz kontrolleriga) bog'liq. Amaliyotda eng ko'p tarqalgan yechim – PID rostlagichlar kaskadi bo'lsa, ilmiy adabiyotlarda optimal (LQR), nochiziqli va sun'iy intellekt asosidagi usullar ham faol o'rganilmoqda [3, 5, 6]. Muallifning UUA/FPV-dronlar bo'yicha o'quv mashg'ulotlarida Betaflight parvoz dasturiy ta'minoti (boshqaruvi PID rostlagichlariga asoslangan) bilan ishlash tajribasi ham ushbu masalaning amaliy dolzarbligini ko'rsatdi. Ushbu ishning maqsadi – kvadrokopterning balandlik kanali uchun PID va LQR rostlagichlarini bir xil sharoitda (motor inersiyasi, datchik shovqini, shamol va massa noaniqligi mavjud holda) miqdoriy taqqoslashdan iborat.

UUAlarni konstruktiv belgilariga ko'ra umumiy tasniflash 1-rasmda keltirilgan. Har bir sinf o'ziga xos afzalliklarga ega bo'lib, ular apparatning qo'llanilish sohasini belgilaydi.



1-rasm. UUAlarning konstruktiv belgilari bo'yicha tasnifi

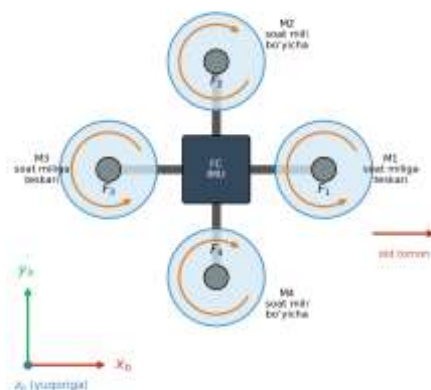
1. Kvadrokopterning matematik modeli

Kvadrokopter to'rtta elektr motor va propellerdan iborat bo'lib, qarama-qarshi joylashgan propellerlar bir xil, qo'shni propellerlar esa qarama-qarshi yo'nalishda aylanadi (2-rasm). Bu reaktiv momentlarni muvozanatlash imkonini beradi. Har bir propeller hosil qiladigan ko'tarish kuchi va reaktiv moment burchak tezligining kvadratiga proporsional:

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING QATAR

$$F_i = k_F \cdot \Omega_i^2, \quad M_i = k_M \cdot \Omega_i^2, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (1)$$

bu yerda Ω_i – i -motorning burchak tezligi, k_F , k_M – aerodinamik koeffitsiyentlar.



2-rasm. “+” konfiguratsiyali kvadrokopterning prinsipial sxemasi va bog‘langan koordinatalar tizimi

Umumiy tortish kuchi T va burchak momentlari (krenga τ_φ , tangajga τ_θ , ryskaga τ_ψ) motorlar kuchlari orqali quyidagicha ifodalanadi (“+” konfiguratsiya, l – yelka uzunligi):

$$T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \quad \tau_\varphi = l(F_2 - F_4), \quad \tau_\theta = l(F_3 - F_1), \quad \tau_\psi = (k_M/k_F)(-F_1 + F_2 - F_3 + F_4) \quad (2)$$

Apparatning ilgarilanma va aylanma harakati Nyuton–Eyler tenglamalari bilan tavsiflanadi [2]:

$$m \cdot \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{R}(\varphi, \theta, \psi) \cdot [0, 0, T]^T - m \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_3 + \mathbf{d}, \quad \mathbf{J} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega}, \quad (3)$$

bu yerda m – massa, $\mathbf{R}$ – aylanish matritsasi, $\mathbf{J}$ – inersiya tenzori, $\mathbf{d}$ – tashqi (shamol) kuchi. Muallaq turish rejimi atrofida kichik burchaklarda ($\cos \varphi \cdot \cos \theta \approx 1$) vertikal kanal boshqa kanallardan ajraladi va aerodinamik qarshilik c hamda motor inersiyasi (vaqt doimiysi τ_m) hisobga olinganda quyidagi ko‘rinishni oladi:

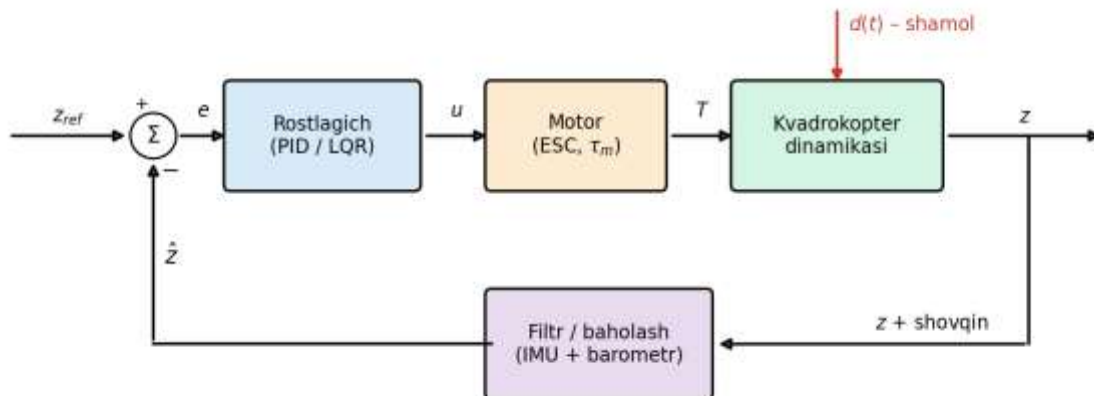
$$m \cdot \ddot{z} = T - m \cdot g - c \cdot \dot{z} + d(t), \quad \tau_m \cdot \dot{T} + T = u, \quad (4)$$

bu yerda u – rostlagich hisoblagan tortish kuchi topshirig‘i. Aynan (4) model rostlagichlarni sintez qilish va taqqoslash uchun asos qilib olindi.

2. Boshqaruv tizimining sintezi

Boshqaruv tizimining umumiy strukturaviy sxemasi 3-rasmda ko‘rsatilgan. Balandlik barometr va IMU ma’lumotlari asosida baholanadi, baholash natijasi esa shovqinli bo‘lgani uchun birinchi tartibli past chastotali filtrdan o‘tkaziladi.

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING QATAR



3-rasm. Kvadrokopter balandligini boshqarish tizimining strukturaviy sxemasi

PID rostlagich. Og‘irlik kuchini kompensatsiya qiluvchi oldindan uzatish (feedforward) qo‘shilgan PID qonuni ishlatildi. Topshiriq keskin o‘zgarganda differensial “zarba”ni oldini olish uchun D-qism xatolikdan emas, balki o‘lchangan tezlikdan olindi:

$$u = \hat{m} \cdot g + K_p \cdot e + K_i \cdot \int e \, dt - K_d \cdot \dot{z}, \quad e = z_{ref} - \hat{z}. \quad (5)$$

LQR (LQI) rostlagich. Statik xatolikni yo‘qotish uchun holat vektori xatolik integrali bilan kengaytirildi: $\mathbf{x} = [\int e \, dt, z, \dot{z}]^T$. Kuchaytirish koeffitsiyentlari quyidagi kvadratik funksionalni minimallashtirish orqali topiladi [7]:

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + R \cdot u^2) \, dt, \quad \mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}, \quad (6)$$

bu yerda $\mathbf{P}$ – algebraik Rikkati tenglamasining yechimi: $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0$. $\mathbf{Q} = \text{diag}(4; 40; 3)$ va $R = 0,08$ tanlanganda $\mathbf{K} = [7,07; 25,30; 9,66]$ olindi. Ikkala rostlagichda ham integratorning to‘yinishiga qarshi (anti-windup) shartli integrallash qo‘llanildi: $|e| < 1$ m bo‘lgandagina integral yig‘iladi.

3. Modellash natijalari

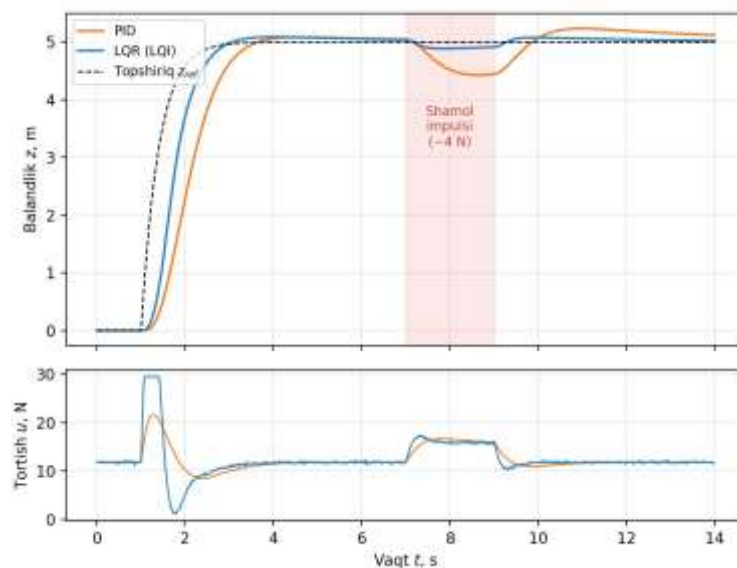
Modellashtirish Python (NumPy, SciPy) muhitida Eyler usuli bilan 1 ms qadamda bajarildi. Model va tajriba parametrlari 1-jadvalda keltirilgan. Senariy: apparat 0 m sathda muallaq turadi, $t = 1$ s da 5 m ga ko‘tarilish topshirig‘i beriladi (keskin sakrashni silliqlash uchun 0,4 s vaqt doimiyli oldindan filtr bilan), $t = 7 \dots 9$ s oralig‘ida esa pastga yo‘nalgan 4 N lik shamol impulsi ta’sir qiladi.

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING QATAR

1-jadval. Modellashtirish parametrlari

Parametr	Belgilanishi	Qiymati
Apparat massasi (nominal)	m	1,2 kg
Aerodinamik qarshilik koeffitsiyenti	c	0,25 N·s/m
Motor vaqt doimiysi	τ_m	0,06 s
Balandlik datchigi shovqini (o'rtacha kvadratik)	σ_z	0,02 m
Tortish kuchi chegarasi	u	0 ... 2,5· $m \cdot g$
PID koeffitsiyentlari	K_p, K_i, K_d	6,0; 1,2; 4,2
LQR og'irlik matritsalar	Q, R	diag(4; 40; 3); 0,08

Balandlik va tortish kuchining vaqt bo'yicha o'zgarishi 4-rasmda, sifat ko'rsatkichlari esa 2-jadvalda keltirilgan.



4-rasm. PID va LQR rostlagichlarida balandlikning (yuqorida) va tortish kuchining (pastda) o'zgarishi

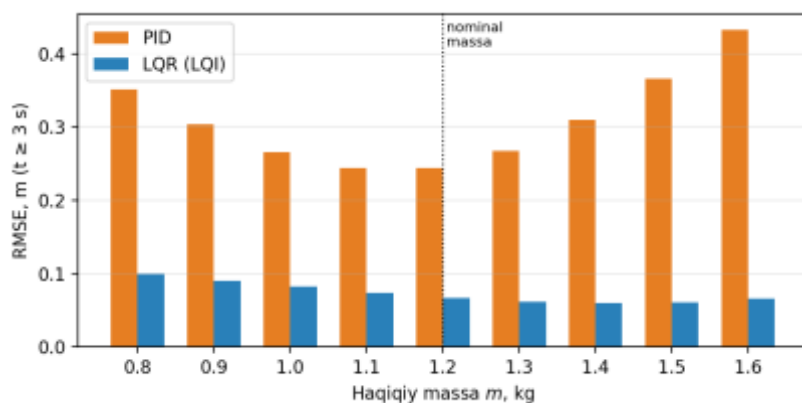
CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING QATAR

2-jadval. Rostlagichlarning sifat ko'rsatkichlari (nominal massa)

Ko'rsatkich	PID	LQR (LQI)
O'sish vaqti (10–90 %), s	1,40	1,03
O'ta rostlash, %	4,7	1,8
Rostlash vaqti ($\pm 0,1$ m), s	2,38	1,81
Shamol ta'sirida maksimal og'ish, m	0,57	0,11
O'rtacha kvadratik xatolik ($t \geq 3$ s), m	0,244	0,067

Natijalardan ko'rinadiki, LQR rostlagich barcha ko'rsatkichlar bo'yicha ustunlikka ega; ayniqsa tashqi g'alayonni so'ndirishda farq sezilarli – shamol impulsi davrida balandlik og'ishi 0,57 m dan 0,11 m gacha kamaydi. Buning evaziga LQR ko'tarilish boshida motorlarni qisqa vaqt to'yinish chegarasigacha yuklaydi (4-rasm, pastki grafik), bu esa real apparatda batareya tokining keskin ortishiga olib keladi va amalda Q/R nisbatini tanlashda hisobga olinishi zarur.

Rostlagichlarning parametrik noaniqlikka chidamliligini baholash uchun rostlagichlar nominal massa (1,2 kg) uchun sozlangan holda apparatning haqiqiy massasi 0,8 kg dan 1,6 kg gacha (± 33 %) o'zgartirildi. Bu, masalan, foydali yuk yoki batareya turi o'zgarishiga mos keladi. Natijalar 5-rasmda keltirilgan.



5-rasm. Apparat massasining o'zgarishiga qarab o'rtacha kvadratik xatolikning o'zgarishi

PID rostlagichda xatolik massa o'zgarishi bilan 0,24 m dan 0,43 m gacha (1,8 marta) ortgan bo'lsa, LQR da u butun diapazonda 0,06...0,10 m oralig'ida qoldi. Bu optimal

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING • QATAR •

rostlagichning tezlik bo'yicha kuchliroq teskari aloqasi og'irlik kuchini noto'g'ri kompensatsiya qilish oqibatlarini samaraliroq so'ndirishi bilan izohlanadi.

Amaliy kuzatishlar. Muallif tomonidan Betaflight dasturiy ta'minoti asosidagi FPV-dronlarni shamolli sharoitda va qo'shimcha yuk bilan uchirish tajribalarida apparat sezilarli zo'riqish bilan ishlashi kuzatildi. Bu sifat jihatidan modellashtirish natijalariga mos keladi: shamol impulsi davrida muvozanatni saqlash uchun zarur tortish kuchi ortadi (4-rasm), massa ortganda esa nominal qiymatga sozlangan rostlagichning samaradorligi pasayadi (5-rasm). Shu bois yuk yoki ish sharoiti o'zgarganda rostlagich koeffitsiyentlarini qayta sozlash yoki noaniqlikka chidamli rostlash usullarini qo'llash zarur.

Xulosa

1. Motor inersiyasi, datchik shovqini va shamol ta'sirini hisobga oluvchi kvadrokopter balandlik kanalining matematik modeli ishlab chiqildi va unga PID hamda LQI rostlagichlari sintez qilindi.

2. Sonli modellashtirish natijalariga ko'ra, LQR rostlagich o'ta rostlashni 4,7 % dan 1,8 % gacha, shamol ta'siridagi maksimal og'ishni taxminan 5 marta, o'rtacha kvadratik xatolikni esa 3,6 marta kamaytirdi hamda massaning ± 33 % o'zgarishiga nisbatan sezilarli darajada chidamliroq bo'ldi.

3. PID rostlagich soddaligi va sozlanishining qulayligi tufayli Betaflight kabi keng tarqalgan parvoz dasturlari va amaliy FPV apparatlarida o'z ahamiyatini saqlab qoladi, biroq amaliy kuzatishlar shamol va qo'shimcha yuk sharoitida uning cheklovlarini tasdiqladi; ammo aniq muallaq turish talab etiladigan vazifalarda (aerofotosurat, inspeksiya) model asosidagi optimal rostlagichlardan foydalanish maqsadga muvofiq.

Keyingi tadqiqotlarda natijalarni to'liq 6 erkinlik darajali model va real apparatda (masalan, ochiq kodli PX4/ArduPilot parvoz kontrollerlarida) tekshirish, shuningdek mustahkamlovchi o'rganish (reinforcement learning) asosidagi rostlagichlar bilan taqqoslash rejalashtirilgan [5, 6].

CONFERENCE ON FRONTIERS OF SCIENCE AND ENGINEERING • QATAR •

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Beard R.W., McLain T.W. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. – Princeton: Princeton University Press, 2012. – 320 p.
2. Mahony R., Kumar V., Corke P. Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor // IEEE Robotics & Automation Magazine. – 2012. – Vol. 19, No. 3. – P. 20–32.
3. Bouabdallah S., Noth A., Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor // Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). – 2004. – P. 2451–2456.
4. Åström K.J., Murray R.M. Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers. – Princeton: Princeton University Press, 2008.
5. Hwangbo J., Sa I., Siegwart R., Hutter M. Control of a Quadrotor with Reinforcement Learning // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2017. – Vol. 2, No. 4. – P. 2096–2103.
6. Kaufmann E., Bauersfeld L., Loquercio A., Müller M., Koltun V., Scaramuzza D. Champion-level drone racing using deep reinforcement learning // Nature. – 2023. – Vol. 620. – P. 982–987.
7. Anderson B.D.O., Moore J.B. Optimal Control: Linear Quadratic Methods. – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1990.