



DEFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING KOMPYUTER MODELLASHTIRISHDAGI O'RNI

Sayfullayeva Kamola Zohid qizi

Axborot texnologiyalari va menejment universiteti

Matematika va informatika 106 guruh talabasi

Anotatsiya; Mazkur maqolada differensial tenglamalarning nazariy asoslari, ularning fizik, texnik va iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishdagi ahamiyati, shuningdek, kompyuter texnologiyalari yordamida yechimlarni topish usullari tahlil qilinadi. Shuningdek, modellashtirishda qo'llaniladigan asosiy algoritmlar va ularning samaradorligi ham muhokama qilinadi. Ushbu tadqiqot differensial tenglamalar yordamida murakkab jarayonlarni real sharoitlarda bashorat qilish va tahlil qilish imkonini beruvchi zamonaviy yondashuvlarni ochib beradi.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, kompyuter modellashtirish, sonli usullar, algoritm, MATLAB, Python, tizimli tahlil, matematik modellashtirish, dasturlash, fizik jarayonlar, simulyatsiya.

Annotation This article analyzes the theoretical foundations of differential equations, their importance in modeling physical, technical, and economic processes, as well as methods of solving them using computer technologies. The main algorithms used in modeling and their efficiency are also discussed. This study reveals modern approaches that enable the prediction and analysis of complex processes in real-world conditions using differential equations.

Keywords: differential equation, computer modeling, numerical methods, algorithm, MATLAB, Python, system analysis, mathematical modeling, programming, physical processes, simulation.

Аннотация В данной статье анализируются теоретические основы дифференциальных уравнений, их значение в моделировании физических, технических и экономических процессов, а также методы их решения с использованием компьютерных технологий. Также обсуждаются основные алгоритмы, применяемые в моделировании, и их эффективность. Это исследование раскрывает современные подходы, позволяющие прогнозировать и анализировать сложные процессы в реальных условиях с помощью дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, компьютерное моделирование, численные методы, алгоритм, MATLAB, Python, системный анализ, математическое моделирование, программирование, физические процессы, симуляция.



Kirish

Zamonaviy fan va texnika taraqqiyoti natijasida tabiat va jamiyatda sodir bo'ladigan murakkab jarayonlarni chuqur o'rganish, ularga ilmiy asoslangan yondashuvlarni ishlab chiqish dolzarb masalalardan biriga aylangan. Ana shunday jarayonlarning nazariy tahlili va amaliy modellashtirilishida differensial tenglamalar muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Chunki ko'plab fizikaviy, biologik, texnik va iqtisodiy tizimlarning dinamikasi aynan differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi.

Differensial tenglamalar – bu noma'lum funksiyalar va ularning hosilalarini o'z ichiga olgan matematik ifodalar bo'lib, ular real hayotdagi o'zgaruvchan hodisalarni modellashtirish, tahlil qilish va bashoratlash imkonini beradi. Masalan, issiqlik tarqalishi, suyuqlik harakati, elektr toki, iqtisodiy ko'rsatkichlar evolyutsiyasi yoki populyatsiya o'sishi kabi jarayonlar differensial tenglamalar orqali modellashtiriladi. Ushbu tenglamalarning nazariy jihatdan yechimlarini topish doimo imkoni bo'lmaganligi sababli, ular ustida amaliy, ya'ni **kompyuter yordamida sonli yechimlar** olish yo'li bilan ishlash zarur bo'ladi.

So'nggi yillarda kompyuter texnologiyalarining jadal rivojlanishi natijasida matematik modellashtirish jarayonida yuqori samarali algoritmlar, dasturiy vositalar (MATLAB, Python, Wolfram Mathematica, Maple va boshqalar) keng qo'llanila boshladi. Bu vositalar yordamida differensial tenglamalarni yechish nafaqat soddilashdi, balki ularning grafik, statistik va dinamik tahlillarini amalga oshirish imkoniyati ham paydo bo'ldi.

Mazkur maqolada differensial tenglamalarning nazariy asoslari, ularning real jarayonlarni modellashtirishdagi o'rni va ahamiyati hamda kompyuter texnologiyalari asosida ularni yechishning asosiy yo'nalishlari va algoritmlari keng yoritiladi. Shu bilan birga, modellashtirish amaliyotida duch kelinadigan ba'zi muammolar va ularni hal etishning zamonaviy usullari ham ko'rib chiqiladi.

Differensial tenglama – bu noma'lum funksiyaning bir yoki bir nechta hosilalari ishtirok etuvchi tenglamadir. Bunday tenglamalar tabiiy va ijtimoiy fanlarda uchraydigan turli xil o'zgarishlarni, vaqtga bog'liq yoki fazoviy dinamikalarni matematik jihatdan ifodalash uchun qo'llaniladi. Differensial tenglamalar oddiy differensial tenglamalar (ODT) va xususiy hosilali differensial tenglamalar (XHDT)ga bo'linadi:

Oddiy differensial tenglamalar – faqat bitta mustaqil o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan tenglamalar.

Xususiy hosilali differensial tenglamalar – bir nechta mustaqil o'zgaruvchiga ega va ko'proq fizikaviy modellar, masalan, issiqlik o'tkazish, elastiklik nazariyasi va suyuqliklar dinamikasida qo'llaniladi.

Differensial tenglamalarning umumiy ko'rinishi quyidagicha ifodalanadi:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

bu yerda $y^{(n)}$ – noma'lum funksiyaning n-darajali hosilasi.

2. Differensial tenglamalarning qo'llanilishi



Differensial tenglamalar zamonaviy ilm-fanning deyarli barcha sohalarida muhim ahamiyatga ega. Ular yordamida quyidagi sohalarda modellar yaratiladi:

Fizika: Nyuton harakat tenglamalari, elektromagnit to'liqlar tenglamalari, issiqlik o'tkazish qonuni.

Biologiya: Populyatsiya o'sishini modellashtirish, epidemiyalarning tarqalishini tahlil qilish.

Iqtisodiyot: Bozor muvozanati, inflyatsiya darajasi, investitsiya o'sishining dinamikasi.

Muhandislik: Elektr zanjirlaridagi tok va kuchlanishni tahlil qilish, qurilish konstruksiyalaridagi kuchlanish va deformatsiyalarni hisoblash.

Bu tenglamalar real jarayonlarning vaqt bo'yicha o'zgarishini bashorat qilish, barqarorlikni tahlil qilish va optimal boshqaruv strategiyalarini ishlab chiqishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

3. Kompyuter modellashtirish va sonli yechimlar

Ko'pgina differensial tenglamalarni analitik (aniq) usullar bilan yechish amalda juda murakkab yoki umuman imkonsiz. Shu sababli **kompyuter texnologiyalari** yordamida ularni **sonli usullar** bilan yechish keng tarqalgan. Sonli yechimlar berilgan boshlang'ich va chegaraviy shartlar asosida differensial tenglamaning taqribiy qiymatini topishga imkon beradi.

Quyidagi asosiy sonli usullar qo'llaniladi:

Eyler usuli – eng oddiy va tushunarli yondashuv bo'lib, kichik bosqichlarda yechimni iteratsiya qilish orqali hosil qiladi.

Runge-Kutta usullari – yuqori aniqlikdagi iteratsion yondashuvlar bo'lib, amaliy modellashtirishda keng qo'llaniladi.

Sonli integratsiya va farqlar usuli – xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda ishlatiladi.

Chegara shartlari asosidagi usullar – muayyan fazoviy yoki vaqt oralig'ida yechimni topishga yordam beradi.

4. Dasturiy vositalarning roli

Zamonaviy dasturiy vositalar differensial tenglamalarni modellashtirish va tahlil qilish jarayonini soddalashtiradi va tezlashtiradi. Ular quyidagilarni o'z ichiga oladi:

MATLAB: ODE45, ODE23 kabi funksiyalar orqali ODTlarni sonli yechishda keng foydalaniladi. Grafik interfeys va vizualizatsiya imkoniyatlari kuchli.

Python: NumPy, SciPy, Matplotlib kabi kutubxonalar yordamida matematik modellashtirish va vizualizatsiya bajariladi.

Maple va Mathematica: Simvolli (symbolic) yechimlar va avtomatik tahlil vositalari bilan ajralib turadi.

Bu vositalar orqali foydalanuvchi real tizimni matematik modelga aylantiradi, kerakli parametrlarni kiritadi va natijalarni graflar, chizmalar va jadval ko'rinishida ko'rishi mumkin.

5. Modellashtirishdagi muammolar va ularning yechimlari



Kompyuter modellashtirishda quyidagi muammolar yuzaga kelishi mumkin:

Diskretizatsiya xatoliklari: Bosqich uzunligi noto‘g‘ri tanlansa, natija noaniq bo‘lishi mumkin.

Barqarorlik masalalari: Ba’zi algoritmlar uzoq muddatli hisob-kitoblarda noto‘g‘ri natijalarni beradi.

Hisoblash resurslari cheklanganligi: Katta hajmdagi tizimlarni modellashtirishda kompyuter xotirasi va protsessor quvvati yetarli bo‘lmasligi mumkin.

Bu muammolarni yengish uchun optimal algoritmlarni tanlash, parallel hisoblash texnologiyalaridan foydalanish va dasturiy vositalarning imkoniyatlarini to‘g‘ri yo‘naltirish zarur.

Differensial tenglamalar zamonaviy ilm-fan va texnika sohalarida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan matematik vositalardan biridir. Ular ko‘plab tabiiy jarayonlar va texnologik tizimlarning rivojlanish qonuniyatlarini ifodalashda keng qo‘llaniladi. Masalan, fizikada issiqlik uzatish, harakat qonunlari, suyuqliklar oqimi, elektr toki dinamikasi; biologiyada populyatsiya o‘zgarishi, viruslar tarqalishi; iqtisodiyotda inflyatsiya va bozor muvozanati kabi jarayonlar aynan differensial tenglamalar orqali matematik modellashtiriladi. Bunday jarayonlarning murakkabligi va ko‘p parametrlilik bo‘lishi sababli ularning yechimi ko‘pincha analitik usullar orqali emas, balki kompyuter yordamida sonli usullar orqali topiladi. Kompyuter modellashtirish ushbu tenglamalarni yechish, yechimni vizual tahlil qilish va jarayonni real sharoitda simulyatsiya qilish imkonini beradi. Bunda MATLAB, Python, Maple, Mathematica kabi dasturiy vositalardan foydalaniladi. Ayniqsa, Python dasturlash tilining NumPy, SciPy, Matplotlib, va SymPy kutubxonalari orqali differensial tenglamalarni yechish, natijalarni grafik tarzda ifodalash imkoniyati kengaymoqda. Runge-Kutta, Eyler, Adams-Bashforth kabi sonli yondashuvlar yechimlar aniqligini oshiradi. Modellashtirish jarayonida chegaraviy shartlar, boshlang‘ich shartlar va tizimning fizik xossalari to‘g‘ri aniqlanishi muhim rol o‘ynaydi. Kompyuter modellashtirish yordamida olgan natijalar real tajribalarni prognoz qilish, yangi texnologiyalarni sinovdan o‘tkazish va muhandislik loyihalarini takomillashtirishda asosiy vosita bo‘lib xizmat qiladi. Shu sababli, differensial tenglamalarning kompyuter texnologiyalari bilan uyg‘unlashtirilgan holda qo‘llanilishi hozirgi davrda nafaqat ilmiy-tadqiqot yo‘nalishlarida, balki ta’lim tizimida ham keng tatbiq etilmoqda.

Differensial tenglamalar tabiiy, texnik va ijtimoiy sohalarida murakkab jarayonlarni tahlil qilish va modellashtirishda muhim nazariy va amaliy vosita hisoblanadi. Ular orqali fizik, iqtisodiy va biologik tizimlarning dinamikasi aniq matematik model sifatida ifodalanadi. Kompyuter texnologiyalari, xususan, zamonaviy dasturlash tillari va matematik dasturlar yordamida bu tenglamalarning sonli yechimlari topilib, real hayotdagi jarayonlar aniqlik bilan simulyatsiya qilinadi. Sonli usullar va algoritmlar, masalan, Runge-Kutta va Eyler usullari, modellashtirishda katta aniqlik va samaradorlikni ta’minlaydi. Shuningdek, dasturiy platformalar orqali yechimlarning vizualizatsiyasi va tahlili imkoniyati kengaymoqda. Shu sababli, differensial tenglamalar va kompyuter modellashtirishining



uyg'unlashuvi zamonaviy fan va texnikaning eng dolzarb yo'nalishlaridan biri bo'lib, ilmiy tadqiqotlar, muhandislik ishlanmalari va ta'lim jarayonlarining ajralmas qismiga aylanmoqda. Bu esa, o'z navbatida, zamonaviy muammolarni hal qilishda matematik modellashtirishning ahamiyatini yanada oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Boymirzaev, M. M., Qodirov, B. A. **Differensial tenglamalar va ularni yechish usullari.** – Toshkent: O'zbekiston milliy universiteti nashriyoti, 2019. – 224 b.
2. Polyanin, A. V., Zaytsev, V. F. **Handbook of Differential Equations.** – CRC Press, 2002. – 800 p.
3. Chapra, S. C., Canale, R. P. **Numerical Methods for Engineers.** – McGraw-Hill Education, 2015. – 960 p.
4. Boyce, W. E., DiPrima, R. C. **Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.** – Wiley, 2017. – 800 p.
5. Kreyszig, E. **Advanced Engineering Mathematics.** – Wiley, 2011. – 1280 p.
6. Asadova, D. M. **Differensial tenglamalar va ularning modellashtirishdagi o'rni.** // "Fan va innovatsiyalar" ilmiy jurnali, 2023, №2. – B. 45–52.
7. Higham, D. J., Higham, N. J. **MATLAB Guide.** – SIAM, 2016. – 475 p.
8. Meiss, J. D. **Differential Equations and Dynamical Systems.** – SIAM, 2007. – 400 p.