



## PLASTINALI KONDENSATORDAGI NUQTAVIY ZARYADNING HARAKATI

**Karimova Farangiz Turaqulovna**

*O'zbekiston Milliy universiteti 3-kurs talabasi*

*[parikarimova93@gmail.com](mailto:parikarimova93@gmail.com)*

**Quvondiqova N. Ruslon qizi**

*O'zbekiston Milliy universiteti 3-kurs talabasi*

*[quvondiqovanozimaxon011@gmail.com](mailto:quvondiqovanozimaxon011@gmail.com)*

**Xudoyberdiyeva Malika Karomat qizi**

*O'zbekiston Milliy universiteti dotsent v.b.*

*[xudoyberdiyeva94@inbox.ru](mailto:xudoyberdiyeva94@inbox.ru)*

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada parallel plastinali kondensator maydonidagi nuqtaviy zaryadning elektrostatik dinamikasi "oynaviy akslanish" usuli yordamida har tomonlama tahlil etilgan. Tadqiqot davomida tizimning universal xususiyatlarini aniqlash uchun masofa, massa va zaryadga asoslangan o'lchamsiz birliklar tizimi, shuningdek, ta'sir effektlarining nisbiy kuchini ifodalovchi o'lchamsiz  $\lambda$  parametri kiritildi. Eyler-Maskeroni doimiysi va Zeta-funksiyalari yordamida potensial energiya uchun mukammal analitik ifodalar olinib, markaziy sohadagi maydon xususiyatlari Teylor yoyilmasi orqali hisoblandi. Modellash natijalari mikroelektronika va zaryadlangan zarralar fizikasi kabi amaliy sohalardagi murakkab elektrodinamik masalalarni yechish uchun muhim nazariy komponent bo'lib xizmat qiladi.

**Kalit so'zlar:** parallel plastinali kondensator, nuqtaviy zaryad, elektrostatik dinamika, oynaviy akslanish (image charges), o'lchamsiz parametrlar, potensial energiya,  $\lambda$  parametri, Zeta-funksiyasi, matematik modellashtirish.

**Abstract.** In this article, the electrostatic dynamics of a point charge in the field of a parallel-plate capacitor is comprehensively analyzed using the "image charge" method. During the study, a system of dimensionless units based on distance, mass, and charge was introduced to determine the universal properties of the system, as well as the dimensionless parameter  $\lambda$ , which represents the relative strength of the interaction effects. Using the Euler-Mascheroni constant and Zeta-functions, excellent analytical expressions for the potential energy were obtained, and the field properties in the central field were calculated using the Taylor expansion. The modeling results serve as an important theoretical component for solving complex electrodynamic problems in such practical areas as microelectronics and charged particle physics.

**Keywords:** parallel-plate capacitor, point charge, electrostatic dynamics, image charges, dimensionless parameters, potential energy,  $\lambda$  parameter, Zeta-function, mathematical modeling.

**Аннотация.** В данной статье с помощью метода «заряда-образа» всесторонне анализируется электростатическая динамика точечного заряда в поле параллельно-пластинчатого конденсатора. В ходе исследования была введена система безразмерных единиц, основанная на расстоянии, массе и заряде, для определения универсальных свойств системы, а также безразмерного параметра  $\lambda$ , представляющего относительную силу эффектов взаимодействия. С использованием постоянной Эйлера-Маскерони и дзета-функций были получены отличные аналитические выражения для потенциальной энергии, а свойства поля в центральной области были рассчитаны с помощью разложения Тейлора. Результаты моделирования служат важным теоретическим компонентом для решения сложных электродинамических задач в таких практических областях, как микроэлектроника и физика заряженных частиц.

**Ключевые слова:** параллельно-пластинчатый конденсатор, точечный заряд, электростатическая динамика, заряды-образы, безразмерные параметры, потенциальная энергия, параметр  $\lambda$ , дзета-функция, математическое моделирование.

Bu bosqichda o‘lchamsiz o‘zgaruvchilarni kiritish maqsadga muvofiqdir. Shuning uchun biz masalaga yo‘naltirilgan birliklarga ega bo‘lgan quyidagi kattaliklarni ko‘rib chiqamiz:

Uzunlik	Massa	Zaryad	Energiya	Vaqt
$d$	$m > 0$	$q > 0$	$qU$	$\sqrt{\frac{m}{qU}}d$

Bu yerda  $m$  nuqtaviy zaryadning massasi,  $U > 0$  esa kondensator plastinalari orasidagi kuchlanishni bildiradi; bunda chap plastina musbat, o‘ng plastina esa manfiy zaryadlangan deb faraz qilinadi. Chalkashlik xavfisiz, avvalgidek o‘lchamsiz o‘zgaruvchilarni belgilash uchun xuddi shu harflardan foydalanamiz. Masofasi  $2d$  bo‘lgan oynaviy zaryadlar juftining potensial energiyasini energiya birligi  $qU$  ga bo‘lish orqali, ta’sir effektlarining nisbiy kuchini tavsiflovchi o‘lchamsiz  $\lambda$  parametr

$$\lambda = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 2d} \frac{1}{qU}$$

Oynaviy zaryadlarga mos keluvchi nuqtaviy zaryadning potensial energiyasi uchun quyidagini olamiz:

$$V_1 = 2\lambda(\varphi_1 + \varphi_2)|_{\epsilon=\epsilon_0} = \lambda((\psi(1-x) + \psi(x) + 2\gamma))$$

bu yerda  $\gamma = 0.57721 \dots$  Eyley–Maskeroni doimiysini bildiradi.

$$V_{1(x)} = -\frac{\lambda}{1-x} - 2\lambda\zeta(3)(x-1)^2 + O((x-1)^4)$$

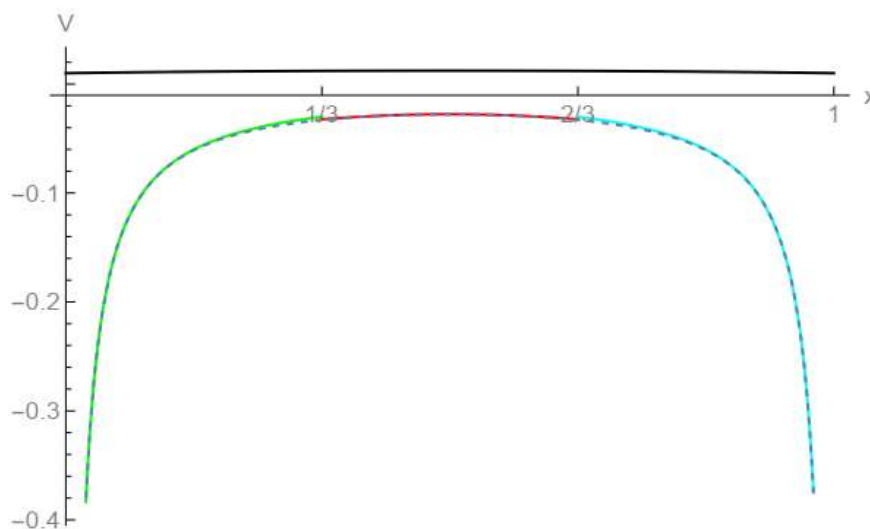
Faqat ikkilamchi oynaviy zaryadlar bilan bog‘liq bo‘lgan potensial energiya quyidagicha aniqlanadi.

$$V_2(x) = V_1(x) + \lambda\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right)$$

$U$  deyarli o‘zgarmasdir, quyidagi rasmga qarang.

Plastinalar orasidagi markaziy sohada potensial  $V_1$  ni Teylor yoyilmasi orqali yanada yaxshiroq yaqinlashtirish mumkin.

$$V_1(x) = -2\lambda \log(4) - 14\lambda\zeta(3)(x - 1/2)^2 + O((x - 1/2)^4)$$



### 1-rasm: Cheksiz sondagi oynaviy zaryadlar

Oynaviy zaryadlar tufayli nuqtaviy zaryadning potensial energiyasi  $V_1(x)$  (uzuq chiziq) va (39) ga muvofiq uch qismdan (yashil, qizil va havorang egri chiziqlar) tashkil topgan uning analitik yaqinlashuvi  $V_{app}(x)$ . Bundan tashqari, (37) ga muvofiq faqat ikkilamchi oynaviy zaryadlar hisobiga yuzaga keladigan  $V_2(x)$  potensial energiyasi ham ko'rsatilgan, qora egri chiziqqa qarang.  $\lambda$  parametri  $\lambda = 0.01$  qilib tanlangan.

### XULOSA

Mazkur tadqiqot doirasida parallel plastinali kondensator maydonidagi nuqtaviy zaryadning elektrostatik dinamikasi o'lcamsiz parametrlar va "oynaviy akslanish" usuli yordamida har tomonlama tahlil etildi. Izlanishlar natijasida zaryadning harakat tavsifnomalarini o'lcamsiz ko'rinishga keltirish orqali tizimning universal xususiyatlarini aniqlashga erishildi. Xususan, ta'sir effektlarining nisbiy kuchini ifodalovchi  $\lambda$  parametrining kiritilishi hamda Eyler-Maskeroni doimiysi va Zeta-funksiyalari ishtirokidagi potensial energiya ifodalarining olinishi masalaning matematik jihatdan mukammal analitik yechimini ta'minladi. Teylor yoyilmasi orqali markaziy sohadagi potensial maydonning yaqinlashuvchi qiymatlarini aniqlash, tizimdagi ikkilamchi oynaviy zaryadlarning maydon manzarasini shakllantirishdagi rolini aniq ko'rsatib berdi. Xulosa o'rnida ta'kidlash lozimki, taklif etilgan ushbu model nafaqat nuqtaviy zaryadning energetik holatini tavsiflaydi, balki klassik elektrodinamik masalalarni murakkab chegara shartlari asosida matematik modellashtirishning samarali mexanizmini ochib beradi. Bu esa o'z navbatida, mikroelektronika va zaryadlangan zarralar fizikasi kabi amaliy sohalardagi hisoblashlar uchun muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.



## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Introduction to Electrodynamics / D. J. Griffiths. — 4th ed. — Boston: Pearson Education, 2013.
  2. Classical Electrodynamics / J. D. Jackson. — 3rd ed. — New York: Wiley, 1998.
  3. The Feynman Lectures on Physics Vol. II / R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands. — Reading, MA: Addison-Wesley, 1964.
  4. Electricity and Magnetism / E. M. Purcell, D. J. Morin. — 3rd ed. — Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- 