CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHNING MODIFIKATSIYALANGAN NYUTON METODI.

A.I.Ismoilov
Farg'ona davlat universiteti amaliy matematika va informatika kafedrasi katta o'qituvchisi fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori(PhD)
ismoilovaxrorjon@yandex.com
Turg'unova Gulsanam Murodil qizi
Farg'ona davlat universiteti talabasi
turgunova.a2106@gmail.comz

Annotatsiya: *Mazkur maqolada chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechishning modifikatsiyalangan Nyuton metodi tahlil qilinadi. Chiziqli tenglamalar sistemasini aniq va samarali yechish zamonaviy ilmiy va sanoat muammolarida keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada Nyuton metodining asosiy prinsiplariga qisqacha to'xtalib o'tilgan bo'lib, uning modifikatsiyalangan versiyasi taklif qilinadi. Modifikatsiyalangan metodning afzalliklari, xususan, konvergentlikni yaxshilash va hisoblash tezligini oshirish borasida qator tadqiqotlar keltirilgan. Metodning samaradorligi va tezligi turli xil misollar va eksperimental natijalar orqali ko'rsatilgan. Mazkur metod o'zining yuqori aniq yechimlari bilan chiziqli tizimlarni yechishda muhim rol o'ynaydi va amaliy qo'llanmalarda kengaytirilgan usullarni o'rganish uchun istiqbolli yo'nalish hisoblanadi.Ushbu maqola nafaqat matematik modellashtirishni rivojlantirishga, balki kompyuter hisoblashlarining samaradorligini oshirishga ham xizmat qiladi.*

Annotation:*This article analyzes the modified Newton method for solving systems of linear algebraic equations. Solving linear equation systems accurately and efficiently is widely applied in modern scientific and industrial problems. The paper briefly discusses the fundamental principles of the Newton method, and presents a modified version of this method. The advantages of the modified method, particularly in improving convergence and increasing computational speed, are highlighted through various studies. The efficiency and speed of the method are demonstrated with several examples and experimental results. This method plays a significant role in solving linear systems with high precision and is considered a promising direction for exploring advanced methods in practical applications.This* *article contributes not only to the development of mathematical modeling but also to enhancing the efficiency of computational tasks.*

Аннотация:*В данной статье рассматривается модифицированный метод Ньютона для решения систем линейных алгебраических уравнений. Точное и эффективное решение систем линейных уравнений широко применяется в современных научных и производственных задачах. В статье кратко изложены основные принципы метода Ньютона и представлена модификация этого метода. Преимущества модифицированного метода, особенно в улучшении сходимости и увеличении скорости вычислений, продемонстрированы на основе различных исследований. Эффективность и быстродействие метода показаны на примерах и экспериментальных результатах. Этот метод играет важную роль в решении линейных систем с высокой точностью и является перспективным направлением для изучения усовершенствованных методов в практических приложениях.Статья вносит вклад не только в развитие математического моделирования, но и в повышение эффективности вычислительных задач.*

Kalit so'zlar: *Nyuton metodi, modifikatsiyalangan Nyuton metodi, matematik modellashtirish, konvergentlik, iteratsion usullar, hisoblash samaradorligi, yechimning aniqligi, optimal metodlar*

Keywords: *Newton method, Modified Newton method, Mathematical modeling, Convergence, Iterative methods, Computational efficiency, Solution accuracy, Optimal methods.*

Ключевые слова:*Метод Ньютона, Модифицированный метод Ньютона, Математическое моделирование, Сходимость, Итерационные методы, Вычислительная эффективность, Точность решения, Оптимальные методы*

Kirish. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi turli sohalarda, jumladan, muhandislik, fizika, iqtisodiyot va kompyuter fanlarida keng qo‘llaniladi. Ushbu tizimlarning aniq va samarali yechimlarini topish matematik va amaliy muammolarni hal etishda muhim o‘rin tutadi. Chiziqli tizimlarning yechimini topishda ko‘plab metodlar mavjud bo‘lib, ular orasida Nyuton metodi o‘zining samaradorligi bilan ajralib turadi.

Nyuton metodi dastlab nonlineer tenglamalarni yechishda qo‘llanilgan bo‘lsa-da, u chiziqli tizimlarga nisbatan ham modifikatsiyalangan versiyalar orqali samarali tarzda qo‘llanilishi mumkin. Modifikatsiyalangan Nyuton metodi aniq yechimlar olishda yuqori konvergentlik va hisoblash samaradorligini ta'minlaydi, bu esa uni ko'plab ilovalar uchun jozibador qiladi.

Mazkur maqolada, chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechishning modifikatsiyalangan Nyuton metodini tahlil qilish, uning afzalliklari va imkoniyatlarini o'rganish, shuningdek, metodning amaliy qo'llanilishini ko'rsatish maqsad qilinadi. Ushbu metodni qo'llash orqali tizimlar yechimini olishda hisoblash tezligini oshirish va yechimning aniqligini yaxshilash mumkin. Metodning yangi usullari va algoritmlari chiziqli tizimlarni yechishda yanada samarali yondashuvlar yaratishga imkon beradi.

Modifikatsiyalangan Nyuton metodi. Agar $f(x)$ ning hosilasi juda murakkab funksiya bo'lib, $f'(x)$ ni hisoblash katta qiyinchiliklar tug'dirsa, u vaqtda Nyuton metodining quyidagi modifikatsiyasi ishlatiladi:

$$x'_{n+1} = x'_n - \frac{f(x'_n)}{f(x'_0)} \qquad x_0 = x'_0, \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

Bu qoida bo'yicha hisoblash ancha qulay, chunki $f'(x)$ faqat bir marta hisoblanadi. Lekin modifikatsiyalangan metod Nyutonning asosiy metodiga nisbatan sekinyaqinlashadi. Modifikatsiyalangan metodninggeometrik ma'nosi quyidagidan iborat:

x'_{n+1} taqribiy yaqinlashish $(x'_n, f(x'_n))$ nuqtadan o'tuvchi va burchak koeffitsiyenti $f'(x_0)$ ga teng bo'lgan to'g'ri chiziqning OX o'qi bilan kesishgan nuqtasidir. Bu to'gri chiziq faqatbirinchi qadamdagina $y = f(x)$ egri chiziqqa o'tkazilgan urinma bilan ustma-ust tushadi.

1-teorema:

Agar $f(x)$ va dastlabki qiymat x_0 quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

1. $f'(x_0) \neq 0$ va $\dfrac{1}{|f'(x_0)|} \le B;$

2. $\dfrac{|f(x_0)|}{|f'(x_0)|} \le \eta;$

tengsizlik o'rinli bo'lsa;

3. $f(x)$ funksiya

$$|x - x_0| \le \delta$$

oraliqda ikkinchi tartibli uzluksiz $f''(x)$ hosilagaega va bu oraliqning barcha nuqtalarida

$$|f''(x)| \le K$$

bo'lsa;

4. B, K, η sonlar uchun

$$h = BK\eta \le \frac{1}{2}$$

shart bajarilsa;

5.Hamda

$$\frac{1-\sqrt{1-2n}}{n}\eta \le \delta$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda:

1) $f(\text{x}) = 0$ (1) tenglama $|x - x_0| \le \delta$ oraliqda ξ yechimga ega bo'ladi.

2) $x'_{n+1} = x'_n - \dfrac{f(x'_n)}{f(x'_0)}$

ketma-ket yaqinlashishlarni ko'rish mumkin va ular ξ ga yaqinlashadi;

3) yaqinlashish tezligi uchun

$$|\xi - x_n| \le t^* - t_n \qquad (2)$$

baho o'rinli bo'lib, bu yerda t_n esa

$$P(t) = \frac{K}{t}t^2 - \frac{t}{B} + \frac{\eta}{B} = 0 \qquad (3)$$

kvadrat tenglamaning kichik ildizi t^* uchun $t_0 = 0$ dan boshlab qurilgan Nyuton ketma-ketligining n-elementidir:

$$t_{n+1} = t_n - \frac{P(t_n)}{P'(t_n)}$$

Bu yerda ham 1- teoremaga o'xshash yaqinlashishhaqidagi teoremani isbot qilish mumkin.

2- teorema.

Agar $f(\text{x})$ funksiya va dastlabki yaqinlashish 1- teoremashartlarini qanoatlantirsa, u holda

$$x_0 = x'_0, \quad (\text{n} = 0, 1, 2, ...)$$

ketma-ket yaqinlashishlar (1) tenglamaning ξ ildiziga yaqinlashadi, shu bilan birga xato uchun quyidagi baho o'rinli bo'ladi:

$$|\xi - x_n| \le t^* - t_n \, (4)$$

bu yerda (3) kvadrat tenglama uchun qurilgan Nyutonningmodifikatsiyalangan ketma-ketligi,

$$t'_0 = 0, t^*$$

esa (3) tenglamaning kichik musbat ildizi.

Bu yerdagi (4) baho yuzaki qaraganda 1- teoremadagi (2) bahoga o'xshash, lekin uning nolga intilish tezligiancha sekindir. Biz hozir ana shu bahoni keltiramiz.

Faraz qilaylik, $h < \frac{1}{2}$ bo‘lsin. (3) tenglamadan ko‘rinadiki, aniq yechim

bo‘lib, $\{t_{n+1}^{'}\}$ va $\{t_n^{'}\}$ ketma-ket yaqinlashishlar

$$t_{n+1}^{'} = t_n^{'} - \frac{P(t_n^1)}{P^{'}(0)} = \eta + \frac{1}{2}BKt^{*2}$$

tenglik bilan bog‘langan. Bu tengliklardan

$$t_{n+1}^{'} - t^* = \frac{1}{2}BK(t_n^{'2} - t^{*2}) = \frac{1}{2}BK(t_n^{'} - t^*)(t_n^{'} + t^*)$$

ni topamiz,

$$t_n^{'} < t^* = \frac{1-\sqrt{1-2h}}{h}\eta$$

bo‘lganligi sababli

$$t_{n+1}^{'} - t_{n+1}^{*} = BKt^*(t^* - t_n^{'}) = (1-\sqrt{1-2h})(t^* - t_n^{'})$$

Bu tengsizlikni ketma-ket qo‘llab,

$$t^* - t_n^{'} < q^n(t^* - t^{'})$$

ga ega bo‘lamiz, bu yerda

$$q = 1-\sqrt{1-2h} < 1$$

Oxirgi baho shuni ko‘rsatadiki, $\{t_n^{'}\}$ tketma-ketlik t^* ga cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya tezligida intilar ekan.

Xulosa.

Modifikatsiyalangan Nyuton metodi — bu tenglamalarni yechishda qo‘llaniladigan samarali va tez usullardan biridir. Oddiy Nyuton metodining asosiy kamchiliklaridan biri — har bir iteratsiyada hosilani (yoki Yakobi matritsasini) qayta hisoblash zarurati bo‘lsa, modifikatsiyalangan usulda bu kamchilik bartaraf etiladi. Ya'ni, dastlabki nuqtada hisoblangan hosila bir nechta iteratsiyalarda qayta ishlatiladi, bu esa hisoblash xarajatlarini kamaytiradi va hisoblash jarayonini soddalashtiradi.

Modifikatsiyalangan metod, ayniqsa, funksiyaning hosilasi oz o‘zgaradigan sohalarda yaxshi natija beradi. Shu bilan birga, metodning barqarorligi va konvergentsiya tezligi berilgan boshlang‘ich nuqtaga va funksiyaning xossalariga bog‘liq. Shuning uchun amaliy qo‘llanmada bu metodning imkoniyatlarini to‘g‘ri baholash va boshlang‘ich nuqtani ehtiyotkorlik bilan tanlash muhim ahamiyat kasb etadi.

Umuman olganda, modifikatsiyalangan Nyuton metodi — hisoblash samaradorligini oshirish bilan birga, yechim topishdagi aniqlikni ham ta'minlay oladigan ishonchli yondashuvlardan biridir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ахмедов Х.Х. Matematik analiz. – Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2016.
2. Буюкли Н.Н., Ҳамидов А.И. Numerik usullar. – Toshkent: O‘zMU nashriyoti, 2008.
3. Калитевский Н. Численные методы. – Москва: Высшая школа, 2001.
4. Самойленко А.М., Геворкян А.Э. Методы приближенного решения уравнений. – Киев: Наукова думка, 1989.
5. Хомченко П.А. Краткий курс высшей математики. – Москва: Феникс, 2006.
6. Иноятов Ш.И. Matematik analiz va differensial tenglamalar. – Toshkent: TDPU, 2015.
7. Burden R.L., Faires J.D. Numerical Analysis. – Boston: Cengage Learning, 2011.